

1.下表為某城市母體的抽菸與肺癌的人口統計表，今有一研究者在此母群體抽樣欲探討肺癌與吸菸的關係。

吸菸習慣	肺癌		
	無(0)	有(1)	合計
無	7970	30	8000
有	1980	20	2000
合計	9950	50	10000

- (1) 若隨機抽樣一名，這個人有抽菸習慣的機率為何？
- (2) 隨機抽到有抽菸習慣且沒有肺癌的人機率為何？
- (3) 已知隨機抽到一名有抽菸習慣者，請問此人有肺癌的機率為何？

- (1) 若隨機抽樣一名，這個人有抽菸習慣的機率為何？

答：

$$p(\text{有抽菸習慣}) = 2000 / (2000 + 8000) = 0.2$$

- (2) 隨機抽到有抽菸習慣且沒有肺癌的人機率為何？

答：

$$p(\text{有抽菸習慣且沒有肺癌的人}) = 1980 / 10000 = 0.198$$

- (3) 已知隨機抽到一名有抽菸習慣者，請問此人有肺癌的機率為何？

答：

$$p(\text{有肺癌} | \text{有抽菸習慣})$$

$$= p(\text{有抽菸習慣且有肺癌的人}) / p(\text{有抽菸習慣})$$

$$= (20 / 1000) / 0.2$$

$$= 0.01$$

或者

$$p(\text{有肺癌} | \text{有抽菸習慣}) = 20 / 2000 = 0.01$$

2.若老鼠暴露在二手菸下一個月發生肺癌的機率為 0.2，某研究讓 30 隻老鼠暴露在二手菸下。

- (1) 此研究一個月後有 3 隻老鼠得到肺癌的機率為何？
- (2) 一個月後得到肺癌老鼠個數的平均值和變異數為何？
- (3) 試利用中央集限定理計算一個月後超過 8 隻老鼠得肺癌的機率為何？

- (1) 此研究一個月後有 3 隻老鼠得到肺癌的機率為何？

答：

假設隨機變數 X 為 30 隻暴露在二手菸下老鼠是否得到肺癌

則 $X \sim \text{binomial}(n=30, p=0.2)$

$$\begin{aligned} P(X=3) &= \binom{30}{3} 0.2^3 (1-0.2)^{30-3} \\ &= 0.0785 \end{aligned}$$

- (2) 一個月後得到肺癌老鼠個數的平均值和變異數為何？

答：

平均值 $E(X) = np = 30 \times 0.2 = 6$

變異數 $V(X) = np(1-p) = 30 \times 0.2 \times 0.8 = 4.8$

- (3) 試利用中央集限定理計算一個月後超過 8 隻老鼠得肺癌的機率為何？

答：

$$P(X > 8) = P\left(Z > \frac{8-6}{\sqrt{4.8}}\right) = P(Z > 0.9129) = 0.1806$$

3.某一十字路口車禍發生次數服從卜瓦松分佈，且平均每年發生 1.5 次。

(1) 請問一年發生 2 次的機率為何？

(2) 假設每一年發生次數的分配都是一樣 (平均值為 1.5 次的卜瓦松分配) 且獨立，請問連續 3 年的發生次數平均值與變異數為何？

(1) 請問一年發生 2 次的機率為何？

答：

假設隨機變數 X 為十字路口一年車禍發生次數

則 $X \sim \text{poisson}(\lambda = 1.5 \text{ 次/年})$

$$P(X=2) = \frac{1.5^2 e^{-1.5}}{2!} = 0.251$$

(2) 假設每一年發生次數的分配都是一樣 (平均值為 1.5 次的卜瓦松分配) 且獨立，請問連續 3 年的發生次數平均值與變異數為何？

答：

假設隨機變數 X 為十字路口三年車禍發生次數

則 $X \sim \text{poisson}(\lambda = 4.5 \text{ 次/三年})$

$$E(X) = \lambda = 4.5$$

$$V(X) = \lambda = 4.5$$

4.某研究抽樣 40 人，已知母體平均身高為 170 公分，標準差為 10 公分。

(1) 請問此 40 人的樣本平均數近似於什麼分配，此分配的平均值與標準差為何？

(2) 此 40 人平均身高超過 175 的機率為何？

(1) 請問此 40 人的樣本平均數近似於什麼分配，此分配的平均值與標準差為何？

答：

假設隨機變數 X 為研究抽樣 40 人的身高

則 $\bar{X} \sim N(\mu=170, \sigma/\sqrt{n}=10/\sqrt{40})$

(2) 此 40 人平均身高超過 175 的機率為何？

答：

$$P(\bar{X} > 175) = P\left(Z > \frac{175-170}{10/\sqrt{40}}\right) = P(Z > 3.1623) = 0.0008$$